

**Makale
(Article)**

Jeoid Yüksekliklerini Belirlemek İçin Kullanılan Enterpolasyon Metotlarının Trabzon İli Verilerine Uygulanması

Özge KARAASLAN¹, Emine TANIR KAYIKÇI¹, Yusuf AŞIK²

¹Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı, 61080, Trabzon

²Gümüşhane Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, 29100, Gümüşhane
etanir@ktu.edu.tr

Öz

Mühendislik çalışmalarında ortometrik yükseklikler kullanılır. Bu yükseklikler yersel ölçülerle bulunması zaman alıcı, emek gerektiren ve maliyet gerektiren bir işlemdir. Fakat GNSS ölçülerinden elde edilen elipsoid yükseklikten ortometrik yüksekliğe dönüşüm daha az zaman alır ve kolaydır. Dönüşüm içinse belirli kesinlik ve duyarlılıkta jeoid yükseklik değerlerinin bilinmesi gerekmektedir.

Bu uygulamada Trabzon'da Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü'nün yaptığı kadastro çalışmalarında doğu-batı yönünde 80 km, kuzey-güney yönünde 30 km'lik bir alanda oluşturulmuş olan 600 adet C3 noktalarında ölçülmüş olan elipsoidal ve ortometrik yükseklikler kullanılmıştır. Noktaların ITRF96 (International Terrestrial Reference Frame-Uluslararası Yersel Referans Ağı) datumuna dayalı 3-boyutlu kartezyen koordinatları ve Gauss Krüger projeksiyon koordinatları bilinmektedir.

Çalışmada noktalar metotlara göre test ve dayanak noktaları olarak iki gruba ayrılmıştır. Dayanak noktaları x ve y eksen yönlerindeki nokta dağılımlarına ve ortometrik yüksekliklerine bakılarak homojen bir şekilde seçilmiştir. Bu çalışmada polinom yüzeyleri ile enterpolasyon, multikvadrik yüzeyler ile enterpolasyon, ağırlıklı ortalama metodu ile elde edilen yüzeyler ile enterpolasyon metotları kullanılmıştır. Seçilen dayanak noktalarında, bilinen elipsoidal ve ortometrik yüksekliklerinin farkından hesaplanan jeoid yükseklikleri kullanılarak, farklı enterpolasyon metotlarıyla test noktaları için hesaplanan ortometrik yüksekliklerin, bu noktalarda ki bilinen ortometrik yüksekliklerden farkları hesaplanarak enterpolasyon metotları arasında karşılaştırmalar yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Ağırlıklı Ortalama, Jeoid Yüksekliği, Multikvadrik Enterpolasyon, Ortometrik Yükseklik, Polinom Yüzeyleri.

Interpolation Method Used To Determine The Height Of Geoid, Application Of The Trabzon City Data, Turkey

Abstract

Finding the spatial extent of known height used in engineering works quite time-consuming process that requires a difficult and cost. But the less time it takes the ellipsoid heights transformation into orthometric height with GNSS measurements available and easier. It also has a certain precision and sensitivity for the conversion geoid height values must be known.

This practice in Trabzon Land Registry IX. Regional Directorate of cadastral works in east-west direction of 80 km, measured orthometric and ellipsoidal heights in the 600 C3 point values created in an area 30 km long north-south direction is used. the point ITRF96 (International Terrestrial Reference Frame-International Terrestrial Reference Network) datums based on 3-dimensional Cartesian coordinates and Gauss Krüger projection coordinates are known.

The study is divided into two basis points according to the method and test points. Fulcrums x and y axis directions and the distribution of points is chosen uniformly reflected by the orthometric height. In this study, the polynomial

Bu makaleye atf yapmak için

Karaaslan Ö., Tanır Kayıkçı E., Aşık Y. (2016). Jeoid Yüksekliklerini Belirlemek İçin Kullanılan Enterpolasyon Metotlarının Trabzon İli Verilerine Uygulanması, Harita Teknolojileri Elek. Der., 8(2), 151-164, doi: 10.15659/hartek.16.08.310

interpolation surfaces, interpolation with multiquadratic surfaces with interpolation surface obtained by the method of weighted average method is used. in selected mainstay, known aware of the ellipsoidal and the orthometric height using the calculated geoid height, calculated orthometric heights for the test points with different interpolation methods, at this point in the known calculating the difference from the known height has made comparisons between the interpolation method.

Keywords: Weighted Average, Geoid Height, Multiquadric Interpolation, Orthometric Height, Polynomial Surfaces.

1. GİRİŞ

GPS sisteminden WGS84 elipsoidinde elde edilen koordinat ve yükseklik verilerinin geometrik olarak bir anlamı vardır fakat direkt mühendislik işlemlerinde kullanılamamaktadır. Mühendislik işlemlerinde kullanılan yüksekliğin geometrik anlamı yok iken GPS'den elde edilen elipsoit yüksekliğinden jeoid yüksekliği kadar bir fark gösterir. Bunlar genel olarak iki gruba ayrılır: Bölgesel ve lokal jeoid belirlenmesi. Lokal jeoid belirleyebilmek için ortometrik ve elipsoidal yükseklikleri bilinen dayanak noktaları gereklidir. Dayanak noktalarıyla belirlenen lokal jeoid yüzeyi yardımı ile enterpolasyon metotları kullanılarak diğer test noktaların ortometrik yükseklikleri hesaplanabilir. [1-8].

Bu uygulamada ise seçtiğimiz dayanak noktalarından değişik enterpolasyon metotları kullanılarak bulunan ortometrik yükseklikler ile ölçülen ortometrik yükseklikler arasındaki istatistiki bilgiler (farkların maksimum, minimum değerleri ve standart sapmaları gibi) incelenmiştir.

2. LOKAL GEOİT BELİRLEME AMACIYLA YÜZEY MODELLERİNİN KULLANILMASI

Ortometrik ve elipsoidal yükseklikleri bilinen noktalardan yararlanılarak oluşturulan lokal bir jeoid yüzeyi yardımı ile test noktalarının jeoid yükseklikleri belirlenebilir. Bu yüzeylerin belirlenebilmesi için kullanılan ana metotlar;

- Polinom yüzeyleri (Birinci dereceden dik olan ve dik olmayan polinomlar, ikinci dereceden dik olan ve dik olmayan polinomlar ve daha yüksek dereceden dik olan ve dik olmayan polinomlar) ile enterpolasyon,
- Multikuadrik yüzeyler ile enterpolasyon,
- Ağırlıklı ortalama metodu ile elde edilen yüzeyler ile enterpolasyon (mesafenin karesinin tersi, mesafenin tersi, v.b.)

olarak isimlendirilir.

2.1. Polinom Yüzeyleri İle Enterpolasyon

Jeoid belirlemek için kullanılacak olan yüzey genelde iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla belirtilir. Dik olan ve dik olmayan polinom çeşidine göre kullanılacak olan yüzey denklemleri değişik biçimde hesaplanmaktadır. Dik polinom genelde;

$$N(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^k a_{ij} x^i y^j \quad (1)$$

biçiminde belirtilir. Burada x ve y jeoid yüksekliğini bildiğimiz noktaların düzlem koordinatları, a_{ij} polinomun katsayıları, n ise polinomun derecesidir. Bunlara göre dik lineer yüzey,

$$N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x \quad (2)$$

biçiminde 3 bilinmeyenli polinomla; dik kuadratik yüzey

$$N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2 \quad (3)$$

biçiminde 6 bilinmeyenli polinomla ve dik kübik yüzey ise

$$N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{5}y^2 + a_{6}x^3 + a_{7}x^2y + a_{8}xy^2 + a_{9}y^3 \quad (4)$$

9 bilinmeyenli polinom şeklinde gösterilir. Dik olmayan polinom yüzeylerinin genel formülüyse,

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij}x^i y^j \quad (5)$$

olarak belirtilir. 4 bilinmeyenli bi-lineer yüzey denklemi;

$$N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy \quad (6)$$

biçiminde gösterilir. Bi-kuadratik yüzey,

$$N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy + a_{20}y^2 + a_{21}x^2y + a_{20}x^2 + a_{12}xy^2 + a_{22}x^2y^2 \quad (7)$$

biçiminde 9 bilinmeyenli polinom olarak gösterilir. Bi-kübik yüzeyse,

$$N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy + a_{02}y^2 + a_{21}x^2y + a_{20}x^2 + a_{12}xy^2 + a_{22}x^2y^2 + a_{30}y^3 + a_{13}xy^3 + a_{23}x^2y^3 + a_{30}x^3 + a_{31}x^3y + a_{32}x^3y^2 + a_{33}x^3y^3 \quad (8)$$

olarak, 16 bilinmeyenli polinom ile belirtilir. Uygulama bölgesinden seçilmiş olan dayanak noktalarından (2), (3), (4), (6), (7) ve (8) eşitliklerinde verilmiş olan polinom denklemlerinden a_{ij} katsayıları; ölçülen jeoid yüksekliği $N(x, y)_{ölçü}$ arasındaki farkın v_i ve her dayanak noktası için polinomdan elde edilecek olan jeoid yüksekliği $N(x, y)_{hesap}$,

$$\sum_{i=1}^m v_i^2 = \sum_{i=1}^m (N(x, y)_{ölçü} - N(x, y)_{hesap})^2 \quad (9)$$

biçiminde karelerinin toplamı minimum olacak şekilde dengelemeli olarak hesaplanır. m , dayanak noktası sayısıdır. Burada,

$$v = Ax - l \quad (10)$$

biçiminde ifade edilen düzeltme denklem sistemindeyse A katsayılar matrisi m satırdan ve (2), (3), (4), (6), (7) ve (8) eşitliklerinin sağ tarafındaki a_{ij} katsayılarının çarpanlarından oluşur. l sabit vektörü ise her dayanak noktasında ölçülen jeoid yüksekliktir, x ise a_{ij} katsayılarından oluşan bilinmeyenler vektörüdür. Katsayılar 6-7 haneli x ve y düzlem koordinat değerlerinden, bunların çarpımlarından, katlarından ve katlarının çarpımlarından oluşan sayılar olduğundan dolayı ve $a_0 = 1$ olduğuna dikkat edilirse; A matrisinin kondisyonu bozuk bir matris olduğu görülecektir. Bunun içindir ki, (10) eşitliğindeki denklem sisteminden En Küçük Kareler ilkesine göre çözümünü bulmadan önce A katsayılar matrisinde ve l sabit vektöründe öteleme ve normlandırma işlemlerinin yapılması gerekmektedir. Bunun ardından;

$$A^T Ax = A^T l \quad (11)$$

Normal denklem sisteminden ise,

$$x = (A^T A)^{-1} A^T l \quad (12)$$

a_{ij} katsayılarını içeren x bilinmeyenler vektörü hesaplanır. Haritacılıkta kullanılan koordinatlar çok büyük değerler olduğu için koordinatlar normlandırılarak (küçültülerek) matris hesabında kullanılır.

$$x_{i(\text{normlandırılmış})} = \frac{x_{\text{ortalama}} - x_i}{1000}$$

a_{ij} ler her yüzey için ayrı elde edilir ve polinom katsayıları için hipotez testleri yardımı ile parametre anlamlılık testi yapılır [7,9-17].

2.2. Multikvadrik Yüzeyler İle Enterpolasyon

Bu metodunun amacı tüm noktaların kullanarak arazi yüzeyini tek fonksiyonla göstermektir. Bu metotta dayanak noktalarından (m sayıda) yararlanılarak bir trend yüzeyi geçirilmesi gerekmektedir. Trend yüzeyi olaraksa herhangi bir dereceden bir polinom seçilebilir. Seçtiğimiz polinomun bilinmeyen katsayılarıysa EKK metoduna göre hesaplanır. Dayanak noktalarının ΔN_i artık jeoid yükseklik değerleriyse

$$\Delta N_i = N_i - N(x_i, y_i) = N_i - N_{\text{trend}} \quad i=1,2,3,\dots,m \quad (13)$$

eşitliği ile hesaplanır. Düzlem koordinatları (x_e, y_e) olan enterpolasyon noktasındaki ΔN_e artık yükseklik değeri,

$$\Delta N_e = N_e - N(x_e, y_e) = N_e - N_{\text{trend}} \quad (14)$$

biçiminde yazılır. Ama bu eşitlikteki ΔN_e ve N_e değerleri bilinmemektedir. Bu değerlerden birisinin bilinmesi halinde diğeri hesaplanabilir. Burada artık yükseklik değerleri “Multikvadrik Yüzey” olarak bilinen, katsayıları tanımlı yüzey denklemlerinin toplamı olarak ifade edilmektedir. En genel gösterimi ile bir multikvadrik yüzey formülü,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m c_i [Q(x, y, x_i, y_i)] \quad (15)$$

biçimindedir. Buradaki c_i , dayanak noktalarının biliniyor olan ΔN_i artık yükseklik değerlerinden hesaplanmış olan bilinmeyen katsayıları, $Q(x, y, x_i, y_i)$ ise kernel fonksiyonu olarak adlandırılır. (15) eşitliğinden farklı multikvadrik yüzey tipleri de kullanılabilir. Örneğin, dairesel paraboloid serilerinin toplamları,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m c_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \gamma^2] \quad (16)$$

biçiminde belirtilebilir. Bağlantılardaki γ keyfidir. (16) eşitliğinde $\gamma = 0$ alınacak olursa multikvadrik yüzey,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m c_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] \quad (17)$$

şeklinde olur. Multikvadrik yüzey fonksiyonu olaraksa (17)'yi seçersek bağıntıdaki c_i katsayılarını hesaplamayabilmek için m sayıda dayanak noktasının biliniyor olan $(x_i, y_i, \Delta N)$ değerlerinden yararlanılarak,

$$\Delta N_j = \sum_{i=1}^m c_i [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2] \quad (18)$$

ve

$$a_{ij} [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} \quad i, j=1, 2, 3, \dots, m \quad (19)$$

ise m sayıda lineer denklem sistemi oluşturulur. (18) bağıntısı

$$\Delta N = \begin{bmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_2 \\ \vdots \\ \Delta N_m \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix} \quad (20)$$

ise,

$$\Delta N = AC \quad (21)$$

şeklinde tekrardan yazılabilir. c_i katsayılarıysa,

$$C = A^{-1} \Delta N \quad (22)$$

eşitliğinden hesaplanır. (14) eşitliğinde c_i katsayılarını yerine koyarsak, enterpolasyon noktasındaki jeoid yüksekliği,

$$N_e = N_{\text{trend}} + \sum_{i=1}^m c_i [(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2]^{1/2} \quad (23)$$

şeklinde hesaplanır. Burada (x_e, y_e) ve (x_i, y_i) enterpolasyon ve dayanak noktalarının koordinatlarıdır. [18-26].

2.3. Ağırlıklı Ortalama Metodu İle Elde Edilen Yüzeylerle Enterpolasyon

Ağırlıklı ortalama metodu noktasal enterpolasyon metodudur. Noktanın yüksekliği, çevresinde olan dayanak noktaları yardımıyla ağırlıklı ortalamayla hesaplanır. Dayanak noktalarına verilmesi gereken ağırlık değerinin bulunmasındaysa enterpolasyon noktasıyla dayanak noktası arasındaki uzaklığın fonksiyonu kullanılır.

Ağırlık değerleri P_i ,

$$P_i = \frac{1}{d_i^k} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, 3, 4 \quad (24)$$

olarak hesaplanır. Burada k güç parametresi olarak adlandırılır. d_i ise dayanak noktasıyla enterpolasyon noktası arasındaki mesafedir ve,

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_e)^2 + (y_i - y_e)^2} \quad (25)$$

biçiminde hesaplanır. (x_e, y_e) de enterpolasyon noktasının koordinatlarını ve (x_i, y_i) herhangi bir dayanak noktasının koordinatlarını ifade etmektedir. m tane dayanak noktası olduğunu varsayarsak ağırlıklı ortalama metoduna göre noktanın jeoid yüksekliği

$$N_e = \frac{\sum_{i=1}^m N_i P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} \quad (26)$$

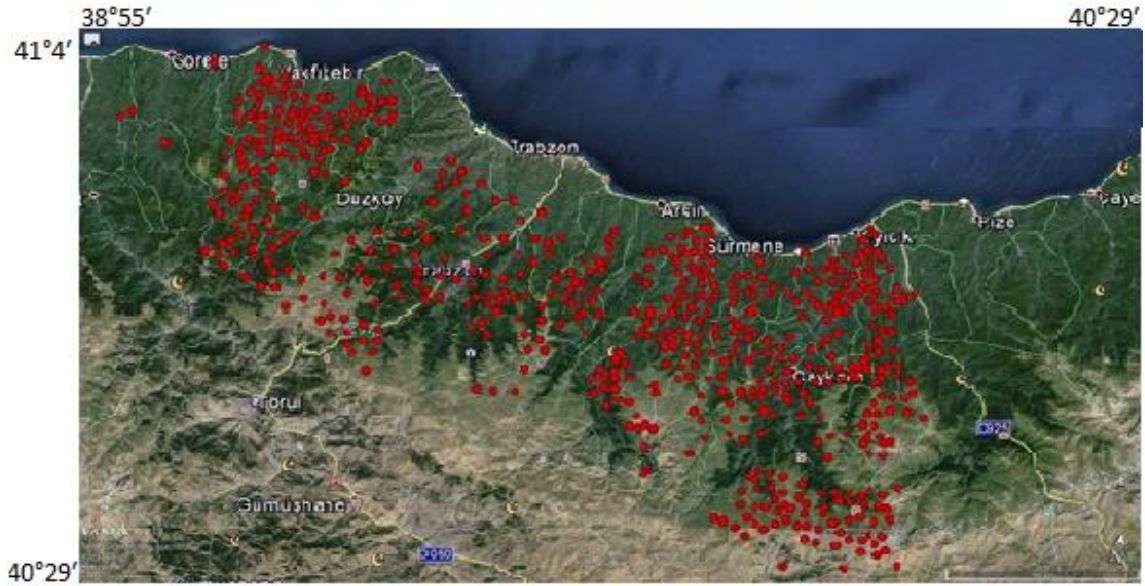
şeklinde hesaplanır. Burada N_i , dayanak noktasının jeoid yüksekliği; N_e , enterpolasyon noktasının jeoid yüksekliği; m , enterpolasyon için kullanılan toplam dayanak noktası sayısı ve P_i , dayanak noktasına ait ağırlık değeridir. [27-30].

3. UYGULAMA

Çalışmada Trabzon ilinde Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü kadastro çalışmaları kapsamında oluşturulan C3 noktalarının ölçülen ortometrik ve elipsoidal yükseklik değerleri kullanılmıştır (Şekil 1). Metotların nokta yoğunluğuna göre nasıl sonuçlar verdiğini incelemek için noktalardan, yükseklik ve koordinat bilgileri dikkate alınarak homojen olarak seçilen farklı nokta grupları oluşturulmuştur. Test ve dayanak noktası ayırımı yapılmayan metotlarda noktalar homojen olarak seçilmiştir ve 287 nokta, 330 nokta, 600 nokta grupları ile hesaplama yapılmıştır.

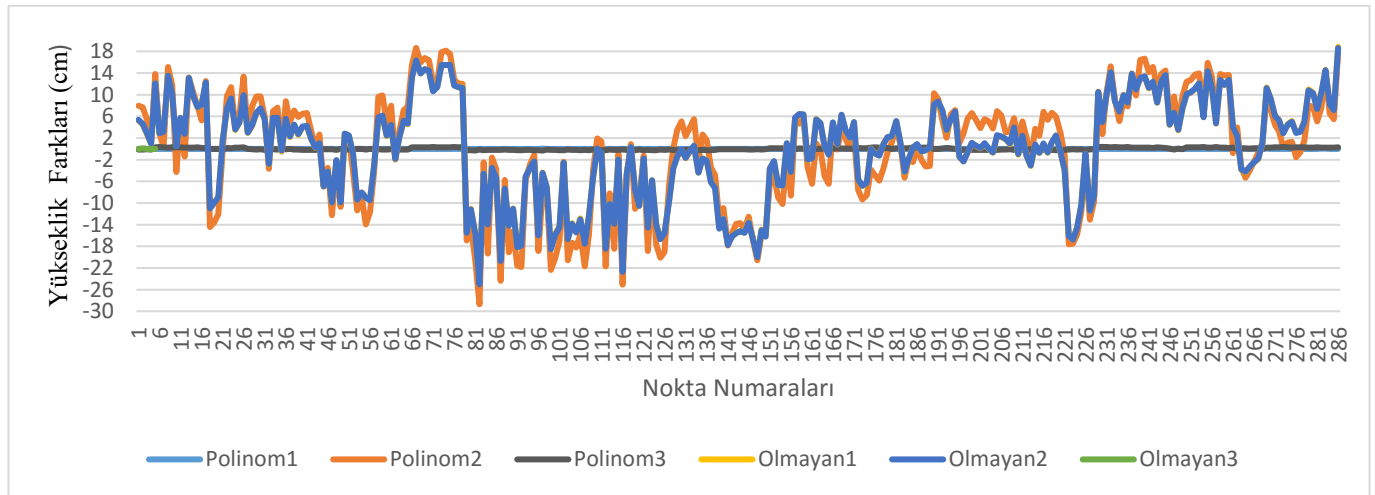
Dayanak noktalarından hesaplanan katsayılarla test noktalarının yüksekliğinin bulunması için hesap yapılan Polinom Yüzeyleri ile Enterpolasyon Metodunda, 330 dayanak noktası ve 287 test noktasının seçiminde ise *noktaların birbirinden bağımsız olmasına*, noktaların yükseklik ve koordinat bilgilerine göre homojen olmasına dikkat edilmiştir.

Bahsedilen metotlarla test noktalarındaki jeoid yükseklikleri hesaplanmıştır. Hesaplanan jeoid yükseklikleri ile ölçülerden elde edilmiş olan jeoid yükseklikleri ile arasındaki farklara göre metotlar arasında irdelemelerde bulunulmuştur.



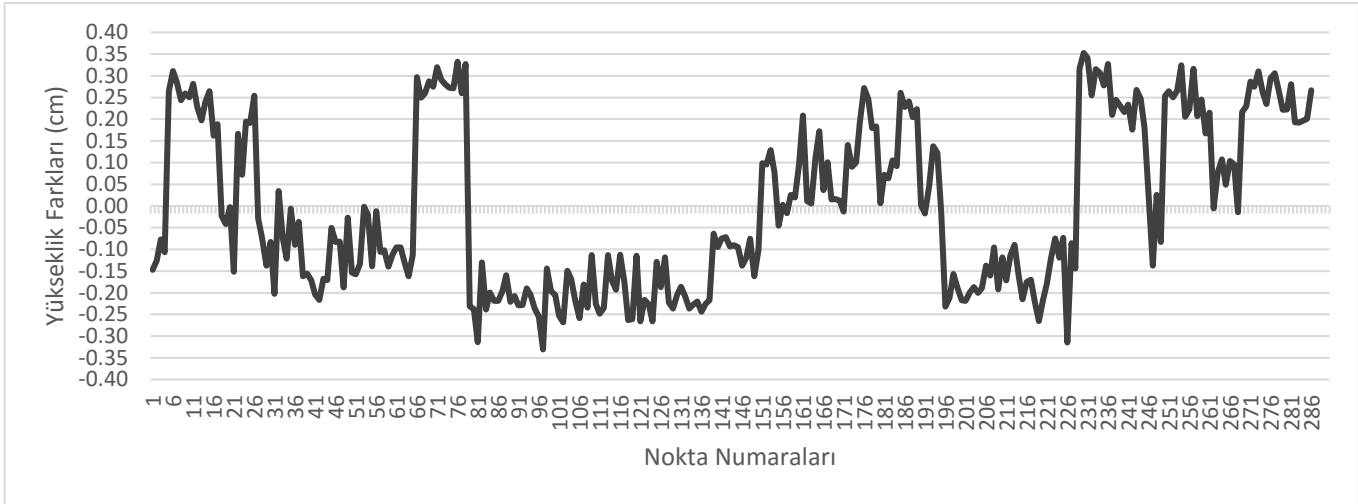
Şekil 1. Kullanılan noktaların dağılımı

Polinom yüzeyleri oluşturulurken farklı derecelerden dik olan ve dik olmayan polinomlar kullanılmıştır. Seçtiğimiz 330 dayanak noktalarının yükseklikleri 32.0789 m ile 3376.3556 m arasında değişmekte iken, 287 test noktalarının yükseklikleri 50.7781 m ile 3387.1443 m arasında değişmektedir. Şekil 2’de 330 dayanak noktası kullanılarak elde edilen farklı dereceden polinom yüzeyleri için 287 test noktasında elde edilen farkların grafikleri gösterilmiştir. 3. dereceden dik polinom yüzeyi için elde edilen farklar diğer polinom yüzeylerine göre oldukça küçük değerler olduğu gözlenmiştir. Buna karşın 2. dereceden dik ve dik olmayan polinom yüzeyleri için farkların 10-15 cm civarında en büyük olduğu ve 3. dereceden dik olmayan yüzeyler için farkların ise en büyük ve en küçük farklara göre 5 cm civarında ortalama değerler aldığı Şekil 2’den görülmektedir.



Şekil 2. 330 dayanak ve 287 test noktası için elde edilen sonuçlar (m)

En küçük farkların elde edildiği 3. dereceden dik polinom yüzeyi için değerlere detaylı bir şekilde bakıldığında maksimum 3 mm civarında farklar olduğu gözlenir (Şekil 3).



Şekil 3. 330 dayanak ve 287 test noktası için elde edilen sonuçlar (cm)

Her bir polinom yüzeyi için elde edilen mutlak farkların mutlak maksimum ve minimum değerlerine bakıldığında maksimum mutlak farkın 0.287 metre ile 2. dereceden dik polinom yüzeyi için elde edildiği ve 1. derece dik olmayan ve 2. derece dik olmayan polinom yüzeyi için mutlak farkların maksimum değere çok yakın olacak şekilde 0.248-0.250 m arasında değerler aldığı görülmektedir. Buna karşın mutlak minimum mutlak farkın 0.02 mm ile 3. derece dik polinom yüzeyi için elde edildiği gözlenmiştir (Çizelge 1).

Çizelge 1. Polinom yüzeyleri ile enterpolasyonla 287 nokta için elde edilen maksimum minimum mutlak farklar

Mutlak fark	2. Derece Dik	3. Derece Dik	1. Derece Dik Olmayan	2. Derece Dik Olmayan	3. Derece Dik Olmayan
Maksimum Mutlak Fark (m)	0.287	0.003	0.248	0.250	0.0895
Minimum Mutlak Fark (m)	0.00003	0.00001	0.0001	0.0001	0.00003
Mutlak Farkların Ortalaması (m)	0.0834	0.0017	0.0718	0.0721	0.0367
Mutlak Farkların Standart Sapması (m)	0.0606	0.0009	0.0544	0.0905	0.0423

Polinomun yüzeylerinin derecesi arttıkça işlem karmaşası artmış olduğundan ölçülen değerlere daha yakın sonuçlar elde edilmiştir. Farkların değişim grafiğine bakıldığında belirli bölgelerde bariz büyük farkların olduğu bazı bölgelerde ise bu farkların oldukça küçüldüğü görülmektedir. Yaptığımız çalışmaya göre bölgeler arasında böylesine farkların oluşmaması için multikvadrik enterpolasyon metodunun uygulanmasının Trabzon ili geneli için değil de ilçe bazında uygulanması daha da uygun olabilir.

Parametre anlamlılıklarını irdelemek için; Sıfır Hipotezi ($a_i = 0$) ve Seçenek Hipotezlerini ($a_i \neq 0$) test etmek için test büyüklüğü T_i hesaplanmıştır. Hesaplanan test büyüklüğü ilgili tablo değeri ile kıyaslanmıştır. Dayanak nokta sayısı 330 ve 287 test nokta noktası için oluşturulan polinom yüzeylerinde yaptığımız hesaplar sonucunda 1. derece dik olmayan, 2. derece dik ve dik olmayan polinom yüzeylerini temsil eden katsayıların birçoğunun anlamsız olduğu sonucuna varılmıştır. Buna karşın 3. Derece dik ve dik olmayan polinom yüzey katsayıları için son katsayı hariç diğer tüm katsayıların anlamlı olduğu sonucuna varılmıştır (Çizelge 2).

Çizelge 2. 330 dayanak noktasına 287 test noktası için polinom yüzeyleri katsayıları anlamlılık testi

Katsayılar	Katsayı Test Değerleri				
	1.derece ortogonal olmayan	2.derece ortogonal	2.derece ortogonal olmayan	3. derece ortogonal	3. derece ortogonal olmayan
a_0	1.77040	1.37780	0.00071	1.21746	1.52798
a_1	8.31520	1.38363	0.00011	1.21787	1.53084
a_2	10.69560	1.54985	0.00371	1.21719	1.52604
a_3	16.95084	1.83397	1.66875	1.21846	1.53495
a_4		2.05530	1.70030	1.21751	1.52830
a_5		4.40812	1.73072	1.21756	1.52863
a_6			4.41922	1.21822	1.53327
a_7			9.14562	1.21788	1.53093
a_8			15.34558	1.21742	1.52765
a_9				1.71748	1.52811
a_{10}					1.53768
a_{11}					1.53784
a_{12}					1.53723
a_{13}					1.52690
a_{14}					1.53437
a_{15}					1.83534
Tablo Değeri	2.0367	1.6496	1.6496	1.6449	1.7509

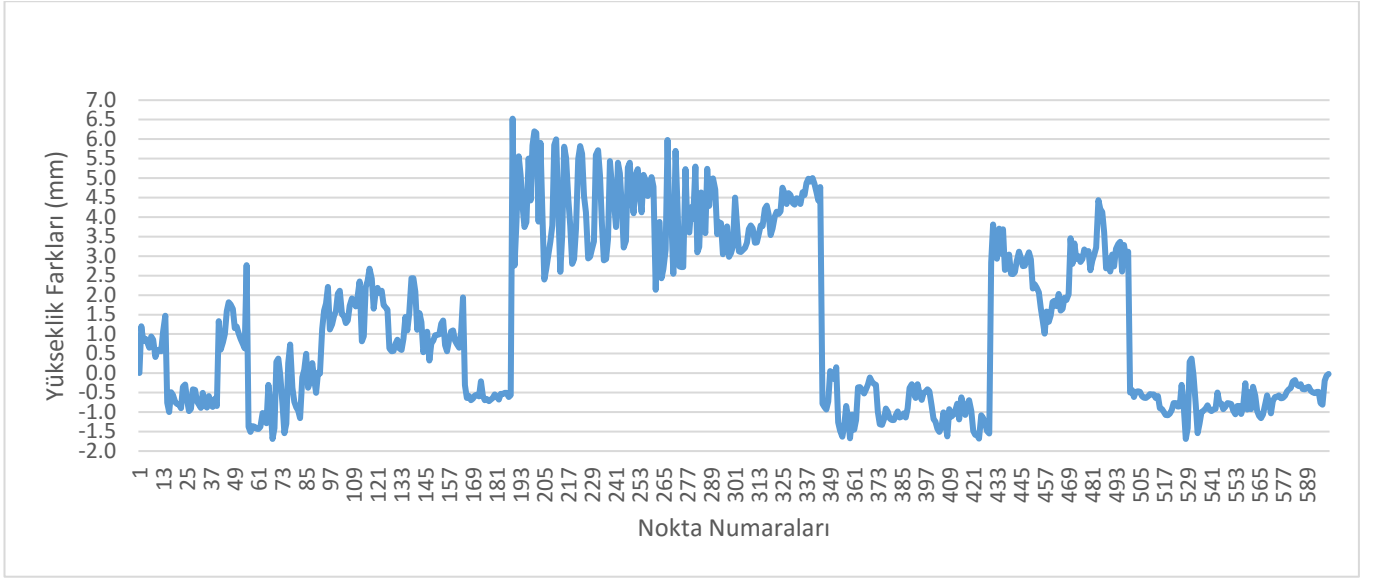
$t_{n-u,1-\alpha}$

Çizelge 3'e bakacak olursak yaklaşık olarak maksimum 6 mm fark elde edilirken minimum 0.6 mm fark elde edilmiştir.

Çizelge 3. Multiküadrik enterpolasyonla 600 nokta için elde edilen maksimum minimum mutlak farklar

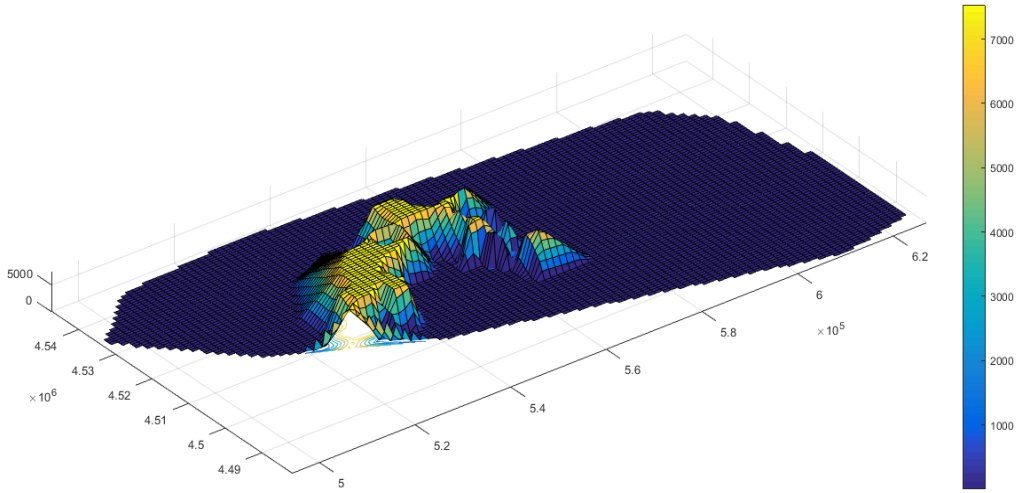
Maksimum Mutlak fark (mm)	Minimum Mutlak fark (mm)	Mutlak farkların Ortalaması (mm)	Mutlak farkların Standart Sapması (mm)
6.5258	0.550	4.589	2.017

Şekil 4'de bazı bölgelerde büyük farkların olduğu bazı bölgelerde ise bu farkların oldukça küçük olduğu görülmektedir. Böylesine farkların oluşmaması için multiküadrik enterpolasyon yönteminin uygulaması Trabzon ili geneli için değil de ilçe bazında uygulanması daha uygun olabilir.



Şekil 4. 600 nokta için elde edilen sonuçlar (mm)

Şekil 4 ve Şekil 5’de ki ani değişimlerin olduğu yerler Çizelge 4’de açıklandığı gibi noktaların yerlerinin ilçelere göre değiştiği yerlerdir



Şekil 5. Multikvadratik entropolasyon metoduyla 600 nokta kullanılarak elde edilen ortometrik yükseklik farklarından oluşan yüzey (μm)

Çizelge 4. Kullanılan noktaların bulunduğu ilçeler

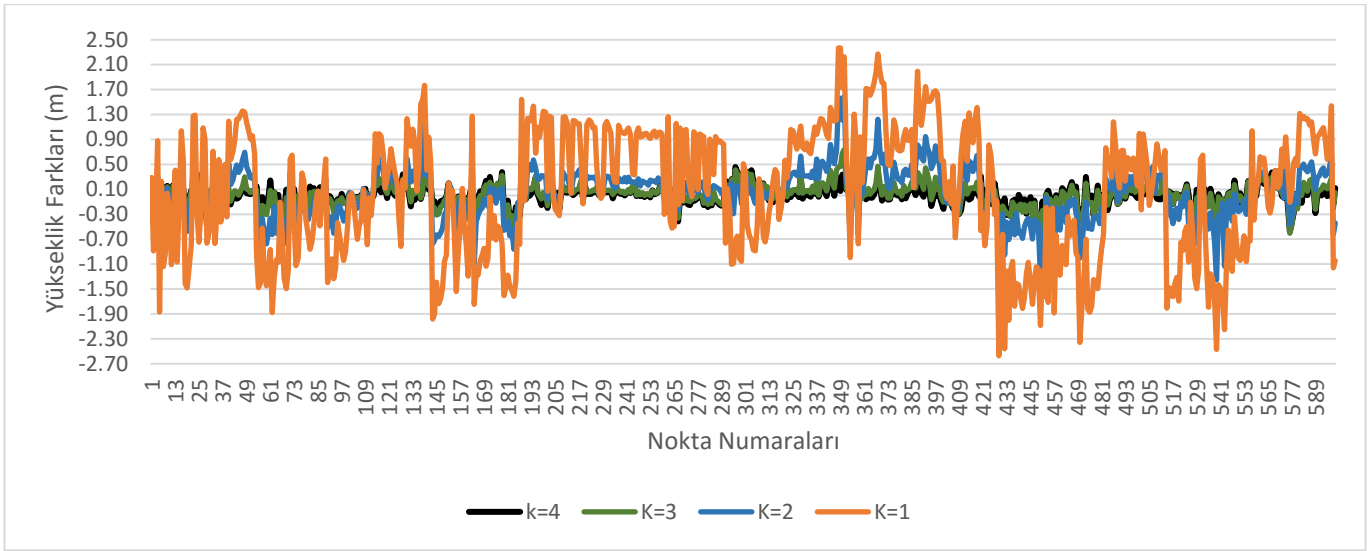
Nokta Numaraları	Buldukları İlçe	Maksimum Ortometrik Yükseklikler (m)	Minimum Ortometrik Yükseklikler (m)	Maksimum ve Minimum Ortometrik Yükseklikler Arasındaki Farklar (m)
1-14	Arsin	1635.8507	194.9381	1440.9126
15-41	Beşikdüzü	2147.6695	68.3102	2079.3593
42-56	Araklı	2648.9578	540.5201	2108.4377
57-127	Akçaabat-Vakfikebir	2229.8245	66.6933	2163.1312
128-165	Araklı	2394.447	50.7781	2343.6689
166-191	Beşikdüzü	2910.4587	171.8773	2738.5814
192-295	Çaykara	3387.1443	88.5078	3298.6365
296-348	Hayrat	2776.7414	183.0974	2593.644
349-435	Maçka	2481.083	140.0806	2341.0024
436-462	Of	1009.838	32.0789	977.7591
463-511	Of-Sürmene-Çaykara	2533.2027	33.1707	2500.032
512-551	Şalpaazarı	2117.292	66.6933	2050.5987
552-577	Vakfikebir	1893.8086	489.7113	1404.0973
578-600	Yomra	2168.0413	306.0309	1862.0104

Çizelge 5, 600 nokta için mutlak farklı güç parametresi tercihleri için elde edilen mutlak farkların mutlak değerlerinin maksimum ve minimum değerleri için sonuçları özetlemektedir. Buradan da görüldüğü gibi maksimum mutlak farkın 2.572 metre ile $k=1$ güç parametresi ile edildiği, minimum mutlak farkın ise 0.0000153077 metre ile $k=4$ güç parametresi seçimi için elde edilmiş olduğu görülmektedir.

Çizelge 5. Ağırlıklı ortalama metoduyla 600 nokta kullanılarak elde edilen maksimum minimum mutlak farklar

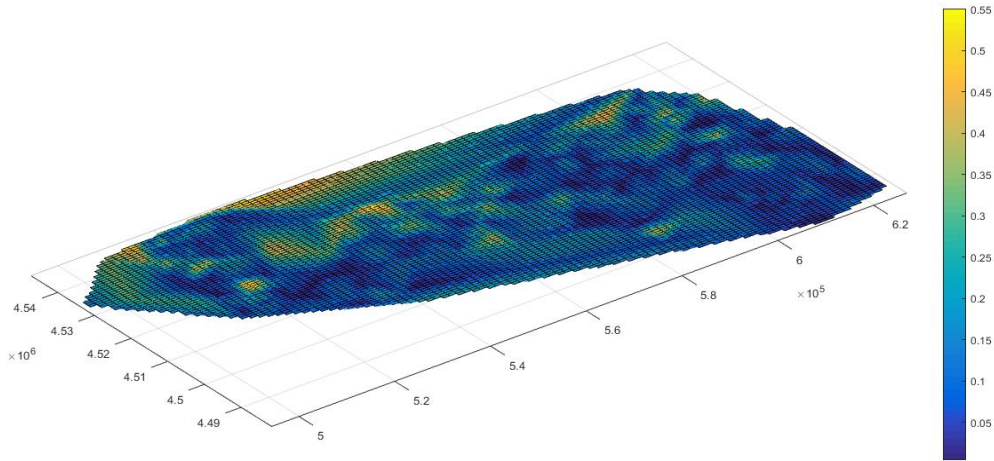
Mutlak Fark	k Güç Parametresi			
	1	2	3	4
Maksimum Mutlak Fark (m)	2.572	1.595	0.764	0.578
Minimum Mutlak Fark (m)	0.001	0.0003	0.0003	0.00002
Mutlak Farkların Ortalaması (m)	0.757	0.282	0.121	0.106
Mutlak Farkların Standart Sapması (m)	0.447	0.208	0.107	0.099

Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon metodu için yapılan son testte uygulama alanındaki mevcut tüm noktalar kullanılmıştır ve hesaplanan fark değerleri Şekil 6' de gösterilmektedir. Güç parametresi $k=1$ için elde edilen farkların diğer güç parametresi seçimlerinden elde edilen sonuçlara göre daha büyük olduğu görülmektedir. Güç parametresi $k=3$ ve $k=4$ için elde edilen farkların birbirlerine yakın değerler olduğu $k=2$ güç parametresi için farklardan daha küçük olduğu da gözlenebilir (Şekil 6).



Şekil 6. 600 nokta için elde edilen sonuçlar (m)

Şekil 7' den ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon metoduyla elde edilen farklardan oluşan yüzey görülmektedir.



Şekil 7. Ağırlıklı ortalama metoduyla k=4 seçilerek 600 nokta kullanılarak elde edilen ortometrik yükseklik farklarından oluşan yüzey (cm)

6. SONUÇLAR

Bu çalışma sonucunda elde ettiğimiz sonuçlara göre, polinom yüzeyleri ile enterpolasyon metodunda en uygun sonuç 3. dereceden dik olmayan polinom yüzeyi ile elde edilmiştir.

Ağırlıklı ortalama metodu ile enterpolasyonda ise güç parametresi k=4 seçilmesi durumunda hesaplanan ortometrik yükseklik değerinin ölçülen değerlere en yakın değerler olarak hesaplandığı görülmüştür.

Multikuadrik enterpolasyon metodunun daha yerel düzeydeki uygulamalar için daha uygun sonuçlar vereceği anlamına gelmektedir.

Tüm metotlar arasından 3. Dereceden dik olmayan polinom yüzeyi ile enterpolasyon ile en uygun sonuçlar elde edilmiştir.

Teşekkür

Çalışmada kullanılan verilerin temin edildiği Trabzon Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü'ne katkılarından dolayı teşekkür ederiz.

Açıklama

Trabzon Tapu ve Kadastro IX. Bölge Müdürlüğü'nden temin edilen verilerde toplam 624 adet nokta bulunmaktadır. Ama bazı noktalarda çok bariz kaba hatalar yapıldığı düşünüldüğünden onlar uygulamalarda kullanılmamıştır. O yüzden uygulamalarda 287, 330 ve 600 noktadan oluşan homojen seçilmiş nokta grupları kullanılmıştır.

7. KAYNAKLAR

1. Akiz, E., Yerci, M. (2009). Jeoid Kullanarak Elipsoit Yüksekliklerinden Ortometrik Yükseklik Belirleme Yöntemlerinin Doğruluk Araştırması, *Harita Dergisi*, 141,13-25.
2. Aşık, E. (2013). Lokal Jeoit Belirlemede Yapay Sinir Ağları Ve Kriging Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Harita Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Afyon.
3. Çakır, L., Yılmaz, N. (2014). Polynomials, Radial Basis Functions and Multilayer Perception Neural Network Metots in Local Geoid Determination with GPS/Levelling, *Measurement*, 57(148-153).
4. Doğanalp, S., Selvi, H.Z. (2015). Local Geoid Determination in Strip Area Projects by Using Polynomials, Least-squares Collocation and Radial Basis Functions, *Measurement*, 73(2015), 429-438.
5. El-Hallaq, M. A. (2012). Development of a Local GPS-Leveling Jeoid Model for the Gaza Strip Area, *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, (ISSN 2250-2459, Volume 2, Issue 3, March 2012) Islamic University of Gaza, Palestine.
6. Featherstone, W.E., Dentith, M.C., Kirby, J.F. (1998). Strategies for the Accurate Determination of Orthometric Heights from GPS, *Survey Review*, 34, 267(278-296).
7. Kavzoğlu, T., Saka, M.H. (2005). Modelling Local GPS/Levelling Geoid Undulations Using Artificial Neural Network, *Journal of Geodesy* 78(2005), 520-527.
8. Yaprak, S., Arslan, E. (2008). Kriging Yöntemi Ve Geoit Yüksekliklerinin Enterpolasyonu, *Jeodezi Jeoinformasyon Ve Arazi Yönetimi Dergisi*, 98, 36-42.
9. Dermanis, A., Rossikopoulos, D. (1991). Statistical Inference in Integrated Geodesy. In: *Proceedings of the IUGG XXth General Assembly, International Association of Geodesy*, August, 11-24, 1991, Vienna, Austria, Ocak 2015'de <http://der.topo.auth.gr/dermanis/PDFs/StatidticalInference.pdf> adresinden erişildi.
10. Draper, N.R., Smith, H. (1998). *Applied Regression Analysis*. 3rd edition Wiley Series, New York, p. 697.
11. Fotopoulos, G. (2003). An Analysis on the Optimal Combination of Geoid, Orthometric and Ellipsoidal Height Data, PhD dissertation, UCGE Report 20185, Geomatics Engineering Department, University of Calgary, Canada.
12. Koch, K.R. (1999). *Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models*. 2nd edition, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Germany.
13. Lin, L. (2013). Orthometric Height Improvement in Tainan City using RTK GPS and Local Geoid Corrector Surface Models, *Journal of Surveying Engineering-ASCE*, 140(35-43).
14. Mava, A. (2011). Evaluation of EGM2008 in The State of Baden-Württemberg Using GPS and Leveling, Master Thesis, Stuttgart, Germany.
15. Tanır Kayıkçı, E., Karaaslan, Ö. (2015). Trabzon İli İçin Jeoid Ondülasyonları Belirleme Amacıyla Enterpolasyon Yöntemlerinin Uygulanması, 15. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara, Türkiye, 25-28 Mart 2015.
16. Tuşat, E. (2011). A Comparison Of The geoid Height Obtained With Adaptive Neural Fuzzy Inference Systems And Metots Polynomial Coefficients, *The International Journal of Physical Sciences* Vol. 6 (4), Pp. 789-795, ISSN 1992-1950.

17. Zengin Kazancı, S. (2014). Konumsal Enterpolasyon Yöntemlerinin Uygulanması: Karadeniz Bölgesi Günlük Ortalama Sıcaklık Verileri Örneği, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Harita Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Trabzon.
18. Buhmann, M.D. (2000). Radial Basis Functions, Acta Numerica (Cambridge University Press), 9(1-38).
19. Çakır, L. (2012). Ortometrik Yüksekliklerin Dolaylı Olarak GPS Gözlemlerinden Elde Edilmesinde Kullanılan Yöntemlerin İrdelenmesi, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Harita Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Trabzon.
20. Franke, R., Hagen, H., Nielson, G.M. (1993). Repeated Knots in Least Squares Multiquadratic Functions, Technical Report NPS-MA-94-004, Naval Postgraduate School, Monterey CA, 1993.
21. Hardy, R.L. (1971). Multiquadric Equations Of Topography And Other Irregular Surfaces, Journal Geophysical Research, 76(1905-1915).
22. Hardy, L.R. (1990). Theory of Applications of the Multiquadratic-biharmonic Method: 20 years of discovery 1968-1988, Computers & Mathematics with Applications, 19, 8/9(163-208).
23. Karaaslan, Ö., Tanır Kayıkçı, E., Aşık, Y. (2016). Comparison of Local Geoid Height Surfaces, in the Province of Trabzon, Arabian Journal of Geosciences, 9(431), 1-12.
24. Şentürk, E. İnce, C. D., Özkeskin, B., (2014). Kocaeli İlinde GPS Nivelman Ölçüleriyle Yerel Jeoid Araştırması, 18. ATAG (Aktif Tektonik Araştırma Çalıştayı), Muğla.
25. Taktak, F. (2005). Afyonkarahisar'da GPS Gözlemleri ve Nivelman Ölçüleri Yardımıyla Yerel Jeoid Profilinin Çıkarılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Harita Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Afyonkarahisar.
26. Yanalak, M., Baykal, O. (2001). Transformation of Ellipsoidal Heights to Local Levelling Heights, Journal of Surveying Engineering-ASCE. 127(90-103).
27. Başçiftçi, F. (2008). Lokal Jeoid Belirlemede Yapay Sinir Ağları Ve Kriging Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Harita Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Afyonkarahisar.
28. Erol, B., Çelik, R.N. (2006). Geometric Modeling of Local Geoid with the Combination of Different GPS/Leveling Data Sets in Western Turkey, in Proceedings CD of the Fifth International Symposium Turkish-German Geodetic Days, March 28- 31, 2006, Berlin, Germany.
29. İnal, C., Turgut, B., Yiğit, C.Ö. (2002). Lokal Alanlarda Jeoid Ondülasyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu, Konya.
30. Karaaslan, Ö. (2015). Trabzon İli İçin Jeoid Ondülasyonları Belirleme Amacıyla Enterpolasyon Yöntemlerinin Uygulanması, Yüksek Lisans Tezi, Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Harita Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Gümüşhane.